

発表題目 期待値が無限大になる事象の考察
～サンクトペテルブルグのパラドクス～

学校名 長崎北陽台高等学校

団体名 数理科学部

顧問氏名 中須賀史彦 内藤健一

生徒氏名(学年) 二唐快人(2年) 竹内晴希(2年)
八木翼(2年) 尾田満晴(2年) 山口大輔(2年)



研究発表要旨

物理学者ベルヌーイは、極めて少ない確率で極めて大きな利益が得られるような事例では期待値が発散し、期待値による古典的な「公平さ」が現実には必ずしも適用できないことを示した。私たちは、期待値発散の仕組みについて、エクセルを利用して研究した。その結果、無限の試行回数に上限を設けることにより期待値は有限となること。その期待値が統計的に正しくなるために、試行回数の上限とサンプル数の間に関係があることがわかった。

○事象の設定

- ① 1回目のコイントスで裏が出たら獲得金額0円で終了、表が出たら2回目のトスを行う。
- ② 2回目のコイントスで裏が出たら獲得金額1円で終了、表が出たら3回目のトスを行う。
(裏が出た人も1回目では表を出しているの、その分を受け取って終了となる。)
- ③ 3回目のコイントスで裏が出たら獲得金額2円で終了、表が出たら4回目のトスを行う。
以下これを繰り返す
- ④ N回目のコイントスで裏が出たら獲得金額 $2^{\text{表回数}-1}$ 円 (N=1のときは0円) で終了。

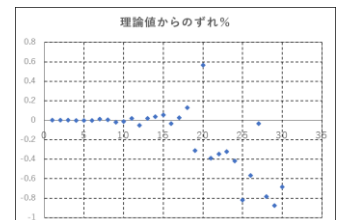
コイントスはエクセルの乱数を用いて行ったところ獲得金額の平均は無限大に発散することはなく、試行のたびに変わる。この現象を調べるため連続して表を出すトス回数(獲得金額の上限)に制限を設けて、期待値を有限な状態にしてデータをとり、次のような仮説を設定した。

○仮説の設定

【仮説】 ゲームの期待値は発散するが、連続して表を出すトス回数に上限を設けると有限になる。このとき、期待値が正しい意味をもつには多くのサンプルが必要であり、そのサンプル数はトスの回数制限と関係している。

○実験結果

1000人がトスを行ったときの獲得金額の計算を100回実施して、予想される獲得総額のばらつきを期待値と比較した。連続トスの制限回数によってばらつきは変化し、サンプル数が1000人では回数制限が11回くらいまで統計的正しいデータが示すが、サンプル数が10000人のときは、15回まで増える。

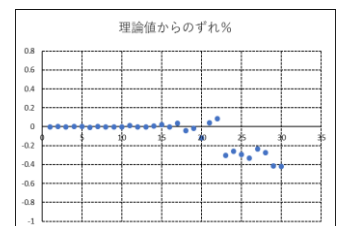


○結論

トスの連続回数の上限(j)とそのときの期待値が統計的に正しい意味を持つためのサンプル数(N)の間には

$$\text{サンプル数}(N) > 2^{\text{トス回数上限}(j)}$$

の関係があり、それ以下のサンプル数では確率的に起こりにくいトスの連続回数を考えているため正しい値を示さない。



発表題目
ビブリオ菌のべん毛運動におけるフリッキングの再現実験

学校名 長崎南高等学校

団体名 長崎南SSHトレーニング

顧問氏名 横田 昌章

生徒氏名 (学年) 吉澤 恒太(2年)、狩野 遥斗(2年)、
浦里 珠羅(2年)、瀨松 篤洋(2年)



研究発表要旨

単一極べん毛細菌の遊泳メカニズムの解明に向けて、検証実験を行うために人工的に制作したべん毛模型が先行研究のものと同様の性質を示しているか確認した。
べん毛模型は先行研究と同様の性質を示していることが確認できた。

目的

本研究で扱う単一極べん毛細菌であるビブリオ菌はその性質から3つの遊泳運動を行う。
その中でもフリッキングという特殊な運動において、制作したべん毛模型を用いて細菌の何が関与しているのか解明すること。

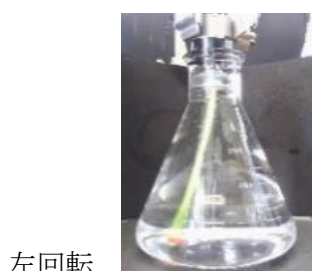
実験方法

[べん毛模型]

ビブリオ菌のべん毛は弾性的な性質を持っている。これと同様の性質を持たせるためにゴム様樹脂を使用し、3Dプリンターを用いて弾性的なべん毛模型を製作した。また、実際の細菌は慣性を無視できる環境に生息している。そのためシリコンオイルを使用し粘性力を優位にした。べん毛はフィラメント(スクリューとして機能)、駆動モーター、フック(スクリューとモーターをつなぐユニバーサルジョイントのシリコンチューブ)で構成した。

- (1)シリコンオイルの入った三角フラスコの中にモーターとフックをつなげたべん毛模型をセットする。
- (2)べん毛模型を左回転、右回転でそれぞれモーターに6Vの電圧をかけ、高速回転させる

結果



左回転

(本研究)



(先行研究)



右回転

(本研究)




(先行研究)

べん毛模型は、左回転時には左巻きらせんのべん毛模型をさらに巻き付けるように回転し、逆に右回転時にはらせんを解くように回転していることが確認できた。これは先行研究と同様の結果であり、今回制作したべん毛模型は先行研究のものと同様の性質を持っていることが確認できた。

引用文献

東北大学大学院工学研究科 大貫多一「修士論文：単一べん毛細菌の運動メカニズムに関する研究」

発表題目	自作ヘルムホルツ共鳴器を用いた 高精度体積測定を目指して	
学校名	大村高等学校	
団体名	理科部	
顧問氏名	原口俊明	
生徒氏名	山本幸広 古賀遼太郎	

《動機》

ヘルムホルツ共鳴を利用し、食パン内部の気泡の状態を把握し食感を測定する研究論文を見つけた。この方法を寿司のシャリの食感などの測定に利用できるのではないかと考えた。

《目的》

気泡を含む食品の高精度な(誤差1%以下)体積測定ができるヘルムホルツ共鳴器と測定装置の製作

《方法》 参考文献(i)(ii)をもとに以下の方法で体積測定を行った。

1. 体積の測定原理

共鳴周波数は(1)及び(2)の式で表される。(1)と(2)の式を整理すると(3)の式が得られる。(3)の式より物体の体積Vが求めることができる。

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{(l_1+l_s)W}} \quad (1) \quad f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{(l_1+l_s)(W-V)}} \quad (2) \quad V = W \left\{ 1 - \left(\frac{f_0}{f} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

C: 空気中の音速 S: ネック断面積
l₁: ネックの長さ l_s: 開口端補正 W: 斜線部の体積

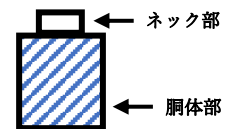


図1 共鳴器の概要

2. 共鳴周波数の測定

共鳴器開口端を木製の棒で打撃し、打撃音を開口端付近のマイクロフォンで検出する。その音をフリーソフト wave spectra で解析し、音の強さが増幅された周波数を共鳴周波数とした(以下、打撃法)。

3. 共鳴器の製作

図2の共鳴器[1]~[3]

胴体部の材質: [1]プラスチック [2][3]はガラス

大きさ: [3]のみ胴体部を小さくした。

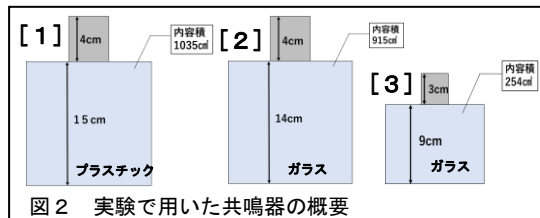


図2 実験で用いた共鳴器の概要

4. 体積の測定

水道水をはかり取り、胴体部内(図1)に入れ打撃法で測定した。(3)の式から水の体積を算出し、真の値と比較した。

《結果》

[1]ではどの体積も誤差が1%以下にならなかった。

[2]では体積が700、800 cm³の誤差が1%以下になった。

[3]では誤差は小さくなったが誤差が安定しなかった。

《考察と今後の展望》

胴体部の大きさが変化しにくい[2]、[3]の方が誤差が小さくなったと考えられる。右図[3]の結果より胴体部は[2]程度の体積がある方が測定値が安定すると考える。今後は参考文献(i)(ii)に記載されていた共鳴器の吸音する仕組みを応用した測定方法を行う。

《参考文献》

(i)西津貴久: 農産物の音響的体積測定法(第一報)農機誌 1995 (ii)一宮亮一: 機械系の音響工学、コロナ社 160-164、1992

